物理基礎・物理

問題 1

(1)

求める電流の大きさを I_1〔A〕とする。
導体棒 PQ 間には P→Q の向きの誘導起電力が生じ、P→Q の向きに電流が流れる。
導体棒は、磁場に対する垂直な成分$v_1\cos\theta$〔m/s〕で磁場を横切るため、このときの誘導起電力V_1〔V〕の大きさは次のようになる。

$$V_1 = v_1 Bl\cos\theta \quad 〔V〕$$

よって、誘導電流I_1〔A〕の大きさは

$$I_1 = \frac{V_1}{R} = \frac{v_1 Bl\cos\theta}{R} \quad 〔A〕$$

(2)

求める加速度の大きさを a_1〔m/s^2〕とする。
導体棒が磁場から受ける力をF_1〔N〕とすると、その向きはフレミングの左手の法則より水平に左向きであり、その大きさは

$$F_1 = I_1 Bl = \frac{v_1 B^2 l^2\cos\theta}{R} \quad 〔N〕$$

また、導体棒には鉛直下向きに重力mg〔N〕が作用している。

これらのことから、レールに沿った斜め下方向での導体棒の運動方程式は

$$ma_1 = -F_1\cos\theta + mg\sin\theta$$

$$ma_1 = -\frac{v_1 B^2 l^2\cos^2\theta}{R} + mg\sin\theta$$

$$a_1 = -\frac{v_1 B^2 l^2\cos^2\theta}{mR} + g\sin\theta \quad 〔m/s^2〕$$

(3)

求める速さを v_2〔m/s〕とする。
レールに沿った斜め下方向に一定の速さをv_2〔m/s〕で動く導体棒について、レールに沿った斜め下方向の運動方程式は

$$m \times 0 = -\frac{v_2 B^2 l^2 \cos^2\theta}{R} + mg\sin\theta$$

$$\frac{v_2 B^2 l^2 \cos^2\theta}{R} = mg\sin\theta$$

$$v_2 = \frac{mgR\sin\theta}{B^2 l^2 \cos^2\theta} \quad 〔\mathrm{m/s}〕$$

(4)

求めるジュール熱を Q_2〔J〕とする。
速さv_2〔m/s〕で動く導体棒の誘導電流I_2〔A〕は

$$I_2 = \frac{v_2 Bl\cos\theta}{R} = \frac{mgR\sin\theta}{B^2 l^2 \cos^2\theta}\frac{Bl\cos\theta}{R} = \frac{mg\sin\theta}{Bl\cos\theta} \quad 〔\mathrm{A}〕$$

抵抗で発生するジュール熱Q_2〔J〕は

$$Q_2 = {I_2}^2 Rt = \left(\frac{mg\sin\theta}{Bl\cos\theta}\right)^2 Rt \quad 〔\mathrm{J}〕$$

物理基礎・物理

問題２

(1)

最下点を基準にすると、

左側の球の高さhのときの位置エネルギーはmghである。

左側の球の衝突直前の速さをvとすると、

力学的エネルギー保存の法則より、

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v^2 = 2gh$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

(2)

衝突直後の左側の球の速さをv_L、右側の球の速さをv_Rとすると、

衝突の前後では、運動量が保存されるので、

$$mv = mv_L + mv_R$$

$$v = v_L + v_R \qquad \text{(a)}$$

反発係数が 1 であるので、

$$1 = -\frac{v_L - v_R}{v}$$

$$v = -v_L + v_R \qquad \text{(b)}$$

$$(a) - (b) \quad \text{より} \quad 0 = 2v_L, \quad v_L = 0$$

これを(a)に代入し、(1)の結果を用いて、$v_R = v = \sqrt{2gh}$　である。

これらの結果から、衝突により、左側の球は静止し、

右側の球は衝突直前の左側の球と同じ速さ$\sqrt{2gh}$で右方向に運動する。

(3)

　最高点の高さをHとすると、

(2)の結果から、右側の球の衝突直後の速さは$v_R = v$であり、

(1)の結果を用いて、運動エネルギーは　$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$

右側の球の最高点の高さHのときの位置エネルギーはmgHである。

力学的エネルギー保存の法則より、

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh = mgH$$

よって、求める最高点の高さは、$H = h$　である。

(4)

(2)の場合と同様に

衝突直後の左側の球の速さをv_L、右側の球の速さをv_Rとすると、

衝突の前後では、運動量が保存されるので、

$$mv = mv_L + Mv_R \qquad \text{(c)}$$

反発係数が 1 であるので、

$$1 = -\frac{v_L - v_R}{v}$$

$$v = -v_L + v_R \qquad \text{(d)}$$

(c)、(d)、(1)の結果より、

$(c) - M \times (d)$より$(m - M)v = (m + M)v_L \quad v_L = \frac{m - M}{m + M}v = \frac{m - M}{m + M}\sqrt{2gh}$

$(c) + m \times (d)$より $2\mathrm{m}v = (m + M)v_R \quad v_R = \frac{2m}{m + M}v = \frac{2m}{m + M}\sqrt{2gh}$

これらの結果から、衝突により、

左側の球は、速さ$\frac{M - m}{m + M}\sqrt{2gh}$で左方向に運動する。

右側の球は速さ$\frac{2m}{m + M}\sqrt{2gh}$で右方向に運動する。

物理基礎・物理

問題３

(1)

求める圧力を P_1〔Pa〕とする。

ピストンのつり合いから

$$P_1 S = P_0 S + mg$$

$$P_1 = P_0 + \frac{mg}{S}$$

$P_0 + \dfrac{mg}{S}$〔Pa〕

(2)

求める熱量を Q_1〔J〕とする。

最初の状態のときの気体の体積を V_0、温度を T_0、ピストンが上に動き始めたときの温度を T_1 とする。
ピストンが動き始めるまでは定積変化であるから、

$$\begin{aligned} Q_1 &= n\frac{3}{2}R(T_1 - T_0) \\ &= \frac{3}{2}(P_1 V_0 - P_0 V_0) \\ &= \frac{3}{2}(P_1 - P_0)SL \\ &= \frac{3}{2}\left(P_0 + \frac{mg}{S} - P_0\right)SL \\ &= \frac{3}{2}mgL \end{aligned}$$

$\dfrac{3}{2}mgL$〔J〕

(3) 求める圧力を P_2〔Pa〕とする。

ピストンのつりあいから

$$P_2S = mg + P_0S + k\left(\frac{1}{3}L\right)$$

$$P_2 = P_0 + \frac{mg}{S} + \frac{kL}{3S}$$

$P_0 + \dfrac{mg}{S} + \dfrac{kL}{3S}$ 〔Pa〕

(4) 求める仕事を W〔J〕とする。

気体がした仕事 W は、ピストンの位置エネルギーの増加と大気圧に対する仕事、ばねの弾性エネルギーの増加の総和に等しいから

$$W = mg\frac{1}{3}L + P_0S\frac{1}{3}L + \frac{1}{2}k\left(\frac{1}{3}L\right)^2 = \frac{1}{3}(P_0S + mg)L + \frac{1}{18}kL^2$$

$\dfrac{1}{3}(P_0S + mg)L + \dfrac{1}{18}kL^2$ 〔J〕

(5) 求める熱量を Q_2〔J〕とする。

熱力学の第一法則より、求める Q_2 は

$$Q_2 = W + \Delta U$$

ここで、ピストンが動き始めたときの気体の体積を V_1、温度を T_1 とし、ピストンが停止した時のそれらを V_2、T_2 とすると、ΔU は

$$\begin{aligned}\Delta U &= \frac{3}{2}nRT_2 - \frac{3}{2}nRT_1 \\ &= \frac{3}{2}P_2V_2 - \frac{3}{2}P_1V_1 \\ &= \frac{3}{2}\left(P_0 + \frac{mg}{S} + \frac{kL}{3S}\right)\cdot\frac{4}{3}SL - \frac{3}{2}\left(P_0 + \frac{mg}{S}\right)\cdot SL \\ &= \frac{1}{2}P_0SL + \frac{1}{2}mgL + \frac{2}{3}kL^2\end{aligned}$$

(4)の W を用いて、

$$\begin{aligned}Q_2 &= W + \Delta U \\ &= \frac{1}{3}(P_0S + mg)L + \frac{1}{18}kL^2 + \frac{1}{2}P_0SL + \frac{1}{2}mgL + \frac{2}{3}kL^2 \\ &= \frac{5}{6}P_0SL + \frac{5}{6}mgL + \frac{13}{18}kL^2\end{aligned}$$

$\frac{5}{6}P_0SL + \frac{5}{6}mgL + \frac{13}{18}kL^2$〔J〕

物理基礎・物理

問題４

(1)

図２よりωLの値は40であると読み取れる。したがって、$\omega L = 40$

$\omega = 2\pi f$、$f = \frac{5.0\times10^2}{2\pi}$ より

$$L = \frac{40}{2\pi \times \frac{5.0\times10^2}{2\pi}}$$

$$L = 8.0 \times 10^{-2}$$

インダクタンスは　8.0×10^{-2} H

図２より$\frac{1}{\omega C}$の値は10であると読み取れる。したがって、$\frac{1}{\omega C} = 10$

$\omega = 2\pi f$、 $f = \frac{5.0\times10^2}{2\pi}$ より

$$C = \frac{1}{10 \times 2\pi \times \frac{5.0\times10^2}{2\pi}}$$

$$C = 2.0 \times 10^{-4}$$

電気容量は　2.0×10^{-4} F

(2)

回路全体のインピーダンスZは $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ である。

図２より　$R = 40$、　$\omega L = 40$、　$\frac{1}{\omega C} = 10$

合成ベクトルがインピーダンスであるから

$$Z = \sqrt{40^2 + (40-10)^2}$$

$$Z = 50$$

回路全体のインピーダンスは50 Ω

(3)

求める周波数を f_0 とする。

電流が最大になるときインピーダンスが最小になる。

インピーダンスが最小になるとき

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$$ である。

$$\omega^2 LC = 1$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$\omega = 2\pi f_0$ より

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{8.0 \times 10^{-2} \times 0.2 \times 10^{-3}}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \times 4 \times 10^{-3}}$$

$$f_0 = \frac{1}{8\pi} \times 10^3$$

f_0 を共振周波数といい、その値は $\frac{1}{8\pi} \times 10^3$ Hz