物理基礎・物理

問題 1

(1)

おもりがおこなう等速円運動の半径は $L \times \sin\theta$ である。

答．$L\sin\theta$

(2)

地上に静止している観測者の立場から見ると、おもりに重力と糸の張力がはたらき、水平面を等速円運動している。糸の張力をSとすると、糸の張力の鉛直成分は、おもりにはたらく重力とつりあっているので、上向きを正とすると、
$S\cos\theta - mg = 0$ …①　である。
また、張力の水平方向の成分がおもりの回転の向心力としてはたらき、おもりの回転の角速度をωとすると、$m(L\sin\theta)\omega^2 = S\sin\theta$ …②　である。

式②より、$S = mL\omega^2$となり、式①に代入して、$mL\omega^2\cos\theta = mg$

ゆえに　$\omega = \sqrt{\frac{g}{L\cos\theta}}$となるので、

回転周期Tは、$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L\cos\theta}{g}}$　となる。

答．$2\pi\sqrt{\frac{L\cos\theta}{g}}$

(3)

おもりと一緒に回転する観測者の立場では、糸の張力の水平成分と、見かけの力として中心から外向きにはたらく遠心力がつりあい、静止しているように見える。

遠心力をF'とすると、水平方向では $F' - S\sin\theta = 0$ …③、鉛直方向では、張力の鉛直成分と重力がつりあい、$S\cos\theta - mg = 0$ …④ が成り立つ。

遠心力は$F' = mr\omega^2 = mL\sin\theta\,\omega^2$ と与えられ、式④より$S = \frac{mg}{\cos\theta}$ であり、これらを式③に代入すると、$\omega^2 = \frac{g}{L\cos\theta}$ となる。

よって、回転周期Tは、$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L\cos\theta}{g}}$ となる。

答．$2\pi\sqrt{\frac{L\cos\theta}{g}}$

(4)

糸を切る直前、おもりは地上から$H - L\cos\theta$の位置にある。糸が切られ、この位置から地上に達するまでの時間をtとすると、$\frac{1}{2}gt^2 = H - L\cos\theta$ 、すなわち$t = \sqrt{\frac{2(H-L\cos\theta)}{g}}$ である。

また、等速円運動中の速度をvとすると、$F' = m\frac{v^2}{r} = mr\omega^2$ であるから、$v = r\omega = L\sin\theta\sqrt{\frac{g}{L\cos\theta}}$ となる。

A の直上の位置で糸が切られたおもりは、水平方向では速度vのまま等速運動をして、時間tののち地面に到達するので、地上に到達した A からの距離は

$vt = L\sin\theta\sqrt{\frac{g}{L\cos\theta}}\sqrt{\frac{2(H-L\cos\theta)}{g}} = \sin\theta\sqrt{\frac{2L(H-L\cos\theta)}{\cos\theta}}$ である。

答．$\sin\theta\sqrt{\frac{2L(H-L\cos\theta)}{\cos\theta}}$

物理基礎・物理

問題２

(1)

物体は、動く観測者とみなせるので、

V_R で近づく物体が観測する振動数 f' は

$$f' = \frac{V + V_R}{V} f$$

答. $\dfrac{V + V_R}{V} f$ [Hz]

(2)

音は物体で反射するので、物体は周波数 f' の音を出し、

V_R で近づく音源とみなせる。

観測者が観測する音の振動数は

$$f_R = \frac{V}{V - V_R} f' = \frac{V + V_R}{V - V_R} f$$

答. $f_R = \dfrac{V + V_R}{V - V_R} f$ [Hz]

(3)

（２）の結果より、V_R を求めると、

$$(V - V_R)f_R = (V + V_R)f$$

$$f_R V - f_R V_R = fV + fV_R$$

$$(f + f_R)V_R = (f_R - f)V$$

$$V_R = \frac{f_R - f}{f_R + f}V$$

答.　$V_R = \dfrac{f_R - f}{f_R + f}V$　[m/s]

(4)

B が原点にいるとき、音の経路差は 8 m。これは音の半波長（＝1 ）の 8 倍で、偶数倍であるので、音は強め合う。

B のx座標をx とすると、$\mathrm{AB} - \mathrm{OB} = \sqrt{8^2 + x^2} - x$

B が原点から離れるにつれ、経路差は小さくなる。

B が原点にいたとき、経路差は半波長の 8 倍で、x が増加すると

経路差が減っていくので、半波長の 7

倍となると、初めて弱め合い、最小となる。

$$\sqrt{8^2 + x^2} - x = 7$$

$$\sqrt{64 + x^2} = x + 7$$

$$64 + x^2 = (x + 7)^2 = x^2 + 14x + 49$$

$$14x = 15 \text{ より、} x = \frac{15}{14} = 1.07\cdots$$

答.　1.1　[m]

物理基礎・物理

問題３

(1)

シリンダー内の気体の物質量を n、気体定数を R とすると、各状態の状態方程式は、

状態O： $p_0V_0 = nRT_0$ …①

状態A： $p_1V_0 = nRT_\mathrm{A}$ …②

状態 B: $p_0V_1 = nRT_\mathrm{B}$ …③

式①②より、

$$T_\mathrm{A} = \frac{p_1T_0}{p_0}$$

式①③より、

$$T_\mathrm{B} = \frac{V_1T_0}{V_0}$$

答. $T_\mathrm{A} = \frac{p_1T_0}{p_0}$ [K] 、$T_\mathrm{B} = \frac{V_1T_0}{V_0}$ [K]

(2)

A→B で気体が外部にした仕事、気体の内部エネルギーの変化および気体に与えられた熱量をそれぞれ W_AB、 ΔU_AB、Q_AB とすると、熱エネルギー第 1 法則より

$$Q_{AB} = \Delta U_\mathrm{AB} + W_\mathrm{AB}$$

この過程ではシリンダーに熱の出入りはなく $Q_\mathrm{AB} = 0$ なので、

$$W_\mathrm{AB} = -\Delta U_\mathrm{AB}$$

$$= -\frac{3}{2}nR(T_\mathrm{B} - T_\mathrm{A})$$

$$= \frac{3}{2}(nRT_\mathrm{A} - nRT_\mathrm{B})$$

$$= \frac{3}{2}(p_1V_0 - p_0V_1)$$

答. $\frac{3}{2}(p_1V_0 - p_0V_1)$ [J]

(3)

B→O の過程は定圧変化なので、その過程で気体がした仕事 W_{BO} は、ピストンの断面積を S、上昇した距離を h とすると

$$W_{\mathrm{BO}} = p_0 Sh$$
$$= p_0(V_0 - V_1)$$

答． $p_0(V_0 - V_1)$ [J]

(4)

O→A→B→O のサイクルの中で、気体が外部にした仕事の総量 W は W_{AB} と W_{BO} の和なので、

$$W = \mathrm{W}_{\mathrm{AB}} + W_{\mathrm{BO}}$$
$$= \frac{3}{2}(p_1V_0 - p_0V_1) + p_0(V_0 - V_1)$$
$$= p_0V_0 + \frac{3}{2}p_1V_0 - \frac{5}{2}p_0V_1$$

気体が高温の熱源から与えられた熱量は O→A の過程で得た熱量 Q_{OA} である。

$$Q_{\mathrm{OA}} = \Delta U_{\mathrm{OA}} + W_{\mathrm{OA}}$$
$$= \frac{3}{2}(p_1 - p_0)V_0$$

$$e = \frac{W}{Q_{\mathrm{OA}}}$$
$$= \frac{2p_0V_0 + 3p_1V_0 - 5p_0V_1}{3(p_1 - p_0)V_0}$$

答． $\dfrac{2p_0V_0 + 3p_1V_0 - 5p_0V_1}{3(p_1 - p_0)V_0}$

物理基礎・物理

問題４

(1)

回路の合成抵抗を R とすると、

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{5+5} + \frac{1}{5+10}$$

よって、

$$R = 6$$

流れる電流は、電圧 E〔V〕÷合成抵抗 R〔Ω〕であるから、

答え：$\frac{E}{6}$ 〔A〕

(2)

回路の合成抵抗を R'とすると、

$$R' = \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10}\right)^{-1} = \frac{5}{2} + \frac{10}{3} = \frac{35}{6}$$

流れる電流は、電圧 E〔V〕÷合成抵抗 R'〔Ω〕であるから、

答え：$\frac{6E}{35}$ 〔A〕

(3)

回路の合成抵抗を R'' とすると、

$$\frac{1}{R''} = \frac{1}{5+5} + \frac{1}{15+10}$$

よって、

$$R'' = \frac{50}{7}$$

流れる電流は、電圧 E〔V〕÷合成抵抗 R〔Ω〕であるから、

答え：$\frac{7E}{50}$　〔A〕

(4)

回路の合成抵抗を R''' とすると、

$$R''' = \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{15}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10}\right)^{-1} = \frac{15}{4} + \frac{10}{3}$$

$$= \frac{85}{12}$$

流れる電流は、電圧 E〔V〕÷合成抵抗 R'〔Ω〕であるから、

答え：$\frac{12E}{85}$　〔A〕

(5)

答え：①

電球の消費電力が最大のときに、電球は最も明るくなる。
電球の消費電力は、(電球を流れる電流)^2 × 電球の抵抗値で表され、電球の抵抗値は一定であるので、電球を流れる電流が最大のときに、電球は最も明るくなる。

図 1 においてスイッチが開いているとき、電球を流れる電流:
並列回路の下側に流れる電流は、$\frac{E}{5+10}$であり、電球に流れる電流と等しい。
よって、$\frac{E}{15}$〔A〕

図 1 においてスイッチが閉じているとき、電球を流れる電流:
(2)より、電流計を流れる電流は、$\frac{6E}{35}$〔A〕であり、電球に流れる電流は、
$\frac{6E}{35} \times \frac{5}{5+10}$となる。 よって、$\frac{2E}{35}$〔A〕

図 2 においてスイッチが開いているとき、電球を流れる電流:
並列回路の下側に流れる電流は、$\frac{E}{15+10}$であり、電球に流れる電流と等しい。
よって、$\frac{E}{25}$〔A〕

図 2 においてスイッチが閉じているとき、電球を流れる電流:
(4)より、電流計を流れる電流は、$\frac{12E}{85}$〔A〕であり、電球に流れる電流は、
$\frac{12E}{85} \times \frac{5}{5+10}$となる。 よって、$\frac{4E}{85}$〔A〕

したがって、図 1 においてスイッチ S が開いているときが、電球に流れる電流が最も大きい。